TOÁN RỜI RẠC – PHẦN IV

Chương 9: MỆNH ĐỀ VÀ CÁC PHÉP TOÁN MỆNH ĐỀ

## 9.1. MỆNH ĐỀ NGÔN NGỮ VÀ MỆNH ĐỀ LOGIC

Trong ngôn ngữ thông thường, mệnh đề được hiểu như là một câu bao gồm một số thành phần nhất định và biểu thị một nội dung có ý nghĩa trọn vẹn nào đó.

*Thí dụ.*

*a) Mệnh đề khẳng định::*

- Paris là thủ đô của nước Pháp.

- 5 là một số lớn hơn 3.

- Phương trình x2 +3x +2 = 0 là vô nghiệm.

- 6 là số nguyên tố.

Hai mệnh đề đầu là đúng, hai mệnh đề sau là sai..

*b) Mệnh đề phủ định:*

- Hoàng Sa không thuộc lãnh thổ Trung quốc.

- Mùa đông ở Bắc cực không có tuyết rơi

Mệnh đề đầu là đúng còn mệnh đề sau là sai.

*c) Mệnh đề nghi vấn, mệnh lệnh, cảm thán trong ngôn ngữ:*

- Mấy giờ rồi?

- Hãy cố lên!

- Than ôi!

Trong ngôn ngữ thông thường đây vẫn được xem là những mệnh đề, nhưng với các mệnh đề loại đó ta không thể nào xem chúng là đúng hay sai!

**Định nghĩa 1:** Ta gọi một **mệnh đề lô gic -**  là một mệnh đề trong ngôn ngữ thông thường, nghĩa là một tập hợp từ có cấu trúc nhằm biểu diễn trọn vẹn một nội dung nào đó mà người ta chỉ có thể cho chúng 1 trong 2 giá trị: Nếu p là đúng ta gán cho giá trị p= 1 , p là ***chân lý.*** Nếu q là sai, ta gán cho giá trị: q = 0, q là ***phi lý.***

Rõ ràng là trong ngôn ngữ, chỉ có những mệnh đề khẳng định hay phủ định mới là mệnh đề lô gic. Các mệnh đề nghi vấn, cảm thán, mệnh lệnh không thể được gán cho là đúng hay sai cho nên không phải là mệnh đề lô gic.

Cũng có những mệnh đề khác, không thuộc dạng nghi vấn hay cảm thán, mệnh lện nhưng ta không thể xác định có là ĐÚNG hay SAI thì cũng không được xem là mệnh đề lô gic:

*Thí dụ:*  Năm sau tôi sẽ đi Paris.

Một mệnh đề lô gic có thể được biểu diễn biểu 1 biến logic p, q, ..chẳng hạn: - p: Hà Nội là thủ đô Việt Nam. p =1.

* q: Hôm qua tuyết rơi quanh Bờ Hồ Hoàn Kiếm. q = 0

Có thể phân loại các mệnh đề lô gic thành ra mệnh đề sơ cấp và mệnh đề phức hợp.

1. ***Mệnh đề sơ cấp*** hoặc mệnh đề nguyên thủy, là những mệnh đề mà ta không thể tách nó ra thành các mệnh đề nhỏ hơn, nói khác đi, nếu bớt bất kỳ một thành phần nào trong đó thì không còn lại một mệnh đề nữa.

*Thí dụ.*

- 5 là số nguyên tố.

- Hôm nay trời nắng.

***b) Mệnh đề phức hợp*** là những mệnh đề được xây dựng từ những mệnh đề sơ cấp bằng những dấu nối câu hoặc bằng các liên từ hoặc trạng từ (không) mà tương ứng với chúng là **“các phép toán mệnh đề”** được xem xét phần sau.

*Thí dụ:*

- Hôm qua ở Sa pa rất lạnh còn ở Hà Nội trời nắng to

- Trong tam giác ABC, góc A là tù và 2 góc B và C đều là góc nhọn.

## 9.2. CÁC PHÉP TOÁN MỆNH ĐỀ

***a) Phép phủ định: Mệnh đề phủ định của mệnh đề A*** ký hiệu là  hay  (đọc là ***Không A*** hay ***NOT A*** ) có giá trị trái với A.

|  |  |
| --- | --- |
| A |  |
| 0 | 1 |
| 1 | 0 |

Dễ thấy rằng  có giá trị như A. (*Phủ định của phủ định*)

Hai mệnh đề có giá trị hoàn toàn như nhau, ta nói là chúng ***tương đương logic***, t ký hiệu ; đôi khi cũng viết .

***b) Phép hội: Mệnh đề Hội của 2 mệnh đề A và B*** ký hiệu là , (đọc là A và B hay vừa A vừa B: ***A AND B***) lấy giá trị 1 khi và chỉ khi cả A và B đều có giá trị 1.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| A | B |  |
| 0 | 0 | 0 |
| 0 | 1 | 0 |
| 1 | 0 | 0 |
| 1 | 1 | 1 |

Dễ thấy rằng 

***c) Phép tuyển: Mệnh đề Tuyển của 2 mệnh đề A và B*** ký hiệu là ( A hoặc B – ***A OR B***) là một mệnh đề chỉ lấy giá trị 0 khi cả A và B có giá trị 0.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| A | B |  |
| 0 | 0 | 0 |
| 0 | 1 | 1 |
| 1 | 0 | 1 |
| 1 | 1 | 1 |

Dễ thấy rằng .

Điều này có nghĩa là  lấy giá trị đúng khi có ít nhất 1 trong 2 mệnh đề A hoặc B có giá trị đúng.

*Thí dụ 1.* A: Ba mua máy tính. B: Ba mua tivi.

Khi đó  có nghĩa là “Ba mua máy tính hoặc mua tivi”; sẽ lấy giá trị đúng nếu: Ba mua máy tính mà không mua tivi, hoặc Ba mua tivi mà không mua máy tính, hoặc Ba mua cả máy tính và tivi. Tuy nhiên cũng có những trường hợp không xảy ra đồng thời cả A và B đều đúng.

*Thí dụ 2.*A: Ba dự họp ở Hà Nội.

B: Ba đi công tác ở thành phố Hồ Chí Minh.

Rõ ràng là không thể xảy ra đồng thời Ba đi dự họp ở Hà Nội và Ba đi công tác ở thành phố Hồ Chí Minh. Khi đó ta có ***phép tuyển loại trừ*** (gọi tắt là tuyển loại hay ***TUYỂN NGẶT***), ký hiệu là hay A XOR B. XOR = Strictly OR

Bảng giá trị của phép tuyển ngặt hay còn gọi là ***phép cộng theo modulo 2*** như sau:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| A | B |  |
| 0 | 0 | 0 |
| 0 | 1 | 1 |
| 1 | 0 | 1 |
| 1 | 1 | 0 |

***d) Phép kéo theo: Mệnh đề : A kéo theo B*** là một mệnh đề, ký hiệu là (đọc là nếu A thì B) chỉ lấy giá trị sai khi A đúng, B sai. Bảng giá trị  như sau:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| A | B |  |
| 0 | 0 | 1 |
| 0 | 1 | 1 |
| 1 | 0 | 0 |
| 1 | 1 | 1 |

Theo bảng giá trị này thì: nếu A là sai thì  luôn luôn đúng cho dù B đúng hay sai; còn nếu A là đúng thì  chỉ đúng khi B đúng.

Trong phép toán này thì A coi như điều kiện đủ của B hay B là điều kiện cần của A.

***Chú ý.≡***

a) Cần phân biệt mệnh đề  với câu lệnh *if A then B* trong ngôn ngữ Pascal. Trong mệnh đề thì A và B đều là mệnh đề; còn trong câu lệnh if A then B thì A là một mệnh đề còn B là một lệnh hoặc dãy lệnh; các lệnh này sẽ được thực hiện nếu mệnh đề A có giá trị 1 và được bỏ qua nếu A có giá trị 0.

b) Cần phân biệt phép kéo theo với phép kéo theo 2 chiều mà ta kí hiệu là , ( mệnh đề tương đương: A **≡** B ); đó là mệnh đề có bảng giá trị như sau:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| A | B |  |
| 0 | 0 | 1 |
| 0 | 1 | 0 |
| 1 | 0 | 0 |
| 1 | 1 | 1 |

 đọc là A khi và chỉ khi B hoặc A là điều kiện cần và đủ để có B.

Theo mệnh đề này thì cái sai kéo theo cái sai mới là đúng; còn cái đúng kéo theo cái đúng là lẽ đương nhiên.

Trong các phép toán trên thì ba phép toán: phủ định, tuyển, hội là các phép tính cơ bản, còn các phép toán còn lại được suy ra từ các phép toán trên, chẳng hạn  và  cùng có bảng giá trị như nhau, nên ta có thể viết 

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| A | B |  |  |
| 0 | 0 | 1 | 1 |
| 0 | 1 | 1 | 1 |
| 1 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | 1 | 0 | 1 |

## 9.3. BIẾN MỆNH ĐỀ VÀ BIỂU THỨC LOGIC

**9.3.1. Định nghĩa 1**

Các biến  mà trong quá trình nghiên cứu ta có thể gán cho chúng những mệnh đề khác nhau được gọi là biến mệnh đề (tương tự như: nếu ta có thể gán cho chúng những trị số khác nhau thì chúng được gọi là biến số). Các phép toán mệnh đề cũng có thể thực hiện trên các biến mệnh đề. Biểu thức logic – còn gọi là dạng mệnh đề được định nghĩa một cách qui nạp như sau:

- Các biến mệnh đề  được thừa nhận là biểu thức logic.

- Các phép toán mệnh đề thực hiện giữa các biến mệnh đề là một biểu thức logic.

*Thí dụ 1.* ; ; , …

Các phép toán mệnh đề được thực hiện giữa các biểu thức logic là biểu thức logic

*Thí dụ 2.* ; , …

Các biến mệnh đề  được gán những mệnh đề khác nhau: A, B, C; nhưng các mệnh đề A, B, C chỉ lấy các giá trị 0 hoặc 1 nên cuối cùng các biến mệnh đề cũng chỉ lấy các giá trị 0 hoặc 1, các biến mệnh đề cũng còn gọi là biến Boole.

**9.3.2. Định nghĩa 2**

Hai biểu thức logic (hoặc 2 dạng mệnh đề) E và F gọi là ***tương đương logic*** nếu nó có cùng bảng chân lý như nhau. Khi ấy ta viết:

 hay 

Như đã chứng minh ở trên . (bảng giá trị)

**9.3.3. Định nghĩa 3**

a) Dạng mệnh đề là một hằng đúng nếu nó luôn lấy giá trị 1.

b) Dạng mệnh đề là một hằng sai nếu nó luôn lấy giá trị 0.

Dễ dàng thấy rằng hai mệnh đề E và F là tương đương logic khi và chỉ khi  là một hằng đúng.

Nếu chỉ chú ý đến phép kéo theo 1 chiều thì ta có định nghĩa sau đây:

**9.3.4. Định nghĩa 4**

Dạng mệnh đề F được gọi là ***hệ quả logic*** của dạng mệnh đề E nếu  là một hằng đúng.

## 9.4. VỊ TỪ VÀ LƯỢNG TỪ

**Định nghĩa 1.** Giả sử x là một *biến tự do: con số, phần tử, v..v..* là phần tử của một tập A nào đó.

Khẳng định gọi là một **vị từ** của biến x nếu:

- Bản thân  không phải là mệnh đề.

- Nếu thay x bởi một phần tử  thì  là một mệnh đề, mệnh đề đó có thể đúng hoặc sai, x được gọi là biến tự do của vị từ .

*Thí dụ.*: x là số nguyên tố. Đây là một vị từ (chưa khẳng định đúng hay sai).

Ta thấy:

 là các mệnh đề đúng có 1 biến tự do x.

Còn  là các mệnh đề sai.

**Định nghĩa 2.**

Cho trước  là các vị từ một biến . Khi đó.

Phủ định của p(x) kí hiệu là cũng là vị từ mà khi thay x bởi  thì ta được mệnh đề .

Các phép toán tuyển , hội  và kéo theo  cũng là những vị từ mà khi ta thay x bởi  thì ta được các mệnh đề ; ; .

**Định nghĩa 3.**

Cho là vị từ một biến .

1) Nếu với mọi , nghĩa là thay x bởi phần tử bất kỳ  ta được mệnh đề đúng ; thì khi đó mệnh đề “Với mọi ,  là mệnh đề đúng” được ký hiệu là “”. ( mở rộng của phép HỘI)

2) Nếu có một số giá trị  mà  là mệnh đề đúng và với một số giá trị  thì  là mệnh đề sai thì khi đó mệnh đề “tồn tại ,  là mệnh đề đúng” được ký hiệu “”.( mở rộng của phép TUYỂN)

Ta gọi các mệnh đề:

“” và “”

là lượng từ hóa của vị từ , trong đó:

 gọi là ***lượng từ phổ dụng hay lượng từ toàn thể.***

 gọi là ***lượng từ tồn tại***.

Khi đó: - Phủ định của mệnh đề “” sẽ là “”

nghĩa là: tồn tại ,  là mệnh đề đúng, nghĩa là  sai.

- Phủ định của mệnh đề “” sẽ là “”. (mở rộng của qui tắc De Morgan)

## 9.5. CÁC QUY TẮC THAY THẾ VÀ SUY DIỄN LOGIC

**9.5.1. Quy tắc thay thế 1**

Giả sử  là biểu thức logic được xây dựng từ các biểu thức logic  và  thế thì .

Nghĩa là: Nếu ta thay thế biểu thức logic con  bởi biểu thức logic  tương đương với nó thì biểu thức logic thu được tương đương logic với E.

*Thí dụ.*

Đôi khi cũng viết 

Nhờ các thay thế này ta có thể rút gọn biểu thức logic bằng cách thay thế một biểu thức logic con bởi một dạng mệnh đề tương đương với nó nhưng đơn giản hơn.

Trong những trường hợp, nếu không xảy ra sự hiểu lầm nào thì ta có thể nói ngắn gọn hơn: biểu thức thay cho biểu thức logic; tương đương thay cho tương đương logic; dấu = thay cho dấu .

**9.5.2. Quy tắc thay thế 2**

Nếu  là một hằng đúng và  là các dạng mệnh đề tùy ý thì  vẫn là một hằng đúng.

Nhờ cách thay thế này ta có thể phức tạp hóa hoặc đơn giản hóa một biểu thức của một hằng đúng.

Ngoài 2 qui tắc trên ta còn sử dụng 10 biểu thức tương đương logic (còn gọi là 10 quy luật logic) để rút gọn một dạng mệnh đề cho trước.

Với  là các biến mệnh đề, 1 là hằng đúng; 0 là hằng sai, ta có các quy luật logic sau đây:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| 1. |  |  | Luật lũy đẳng |
| 2. |  |  | Luật trung hòa |
| 3. |  |  | Luật thống trị (luật nuốt) |
| 4. |  |  | Luật phần tử bù |
| 5. |  |  | Luật giao hoán |
| 6. |  |  | Luật kết hợp |
| 7. |  |  | Luật phân bố |
| 8. |  |  | Luật hấp thu |
| 9. |  |  | Luật De Morgan |
| 10. |  |  | Luật phủ định của phủ định |

Có thể kiểm tra các luật trên bằng cách lập các bảng giá trị của chúng để so sánh.

*Thí dụ.* Ta có thể áp dụng liên tiếp quy tắc thay thế thứ nhất để có được các tương đương logic sau đây:







Vậy  là một hằng đúng.

**9.5.3. Các quy tắc suy diễn logic**

Trong các chứng minh toán học, người ta thường xuất phát từ một số khẳng định đúng cho trước mà ta thường gọi là **giả thiết** hay ***tiền đề*** và áp dụng các quy tắc suy diễn logic để suy ra một khẳng định nào đó mà ta gọi là **kết luận** hay ***hậu đề***; đó là hệ quả logic của giả thiết. Biểu diễn thông thường:

**Giả thiết** *Có p*

**Kết luận** *Có q*

Và ta phải dùng các qui tắc suy diễn để kiểm chứng được rằng mệnh đề logic p → q là một hằng đúng: ***p → q = 1.***

Chẳng hạn nếu xuất phát từ dãy các mệnh đề  đồng thời xảy ra và q là hệ quả logic của chúng thì mệnh đề dưới đây là một hằng đúng.

.

Phép suy diễn trên được mô hình hóa bởi sơ đồ sau:

|  |
| --- |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |

Dưới đây là những phép suy diễn cơ bản, từ đó người ta có thể tích hợp chúng để tạo ra những phép suy diễn phức tạp hơn. Mỗi phép suy diễn cơ bản là một hằng đúng mà chúng ta có thể kiểm tra bằng cách lập bảng giá trị của nó.

**Quy tắc Modus Ponens (Suy diễn khẳng định)**

Quy tắc này được thể hiện bởi hằng đúng: 

hoặc dưới dạng sơ đồ:

|  |
| --- |
|  |
| p |
|  |

*Diễn giải:*  ***Giả thiết :*** *Nếu có p thì kéo theo có q, mà đã có p*

***Kết luận:*** *Vậy ắt là có q*

*Thí dụ.* - Nếu n là số chẵn thì n chia hết cho 2, mà n là số chẵn.

- Suy ra n chia hết cho 2.

Người ta có thể áp dụng quy tắc này cùng với phương pháp thay thế logic để đơn giản hóa các bước suy luận.

*Thí dụ.****Gỉa thiết:***  Trời mưa (*p)-* thì- (*kéo theo)-* đường ướt *(q)*, mà trời mưa –*(p)*.

***Kết luận:*** Đường ướt – *(q)*

*Thí dụ.* 

Nếu ta thay  và  thì sẽ có một suy diễn đơn giản hơn:

.

**Quy tắc Syllogism (Tam đoạn luận)**

Quy tắc Syllogism được thể hiện bởi hằng đúng sau:



hoặc sơ đồ:

|  |
| --- |
|  |
|  |
|  |

**Giả thiết:** Có p thì có q – *Tiền đề -* mà có q thì có r – *Trung đề*

**Kết luận:** Có p thì có r – *Hậu đề.*

*Diễn giải:*  ***Giả thiết :*** *Nếu có p thì kéo theo có q và nếu có q thì kéo theo có r*

***Kết luận:*** *Vậy nếu có p ắt là có r*

*Thí dụ 1.* p: hai tam giác vuông có 2 cạnh góc vuông bằng nhau *là →*

q: hai tam giác có 1 góc bằng nhau kèm giữa 2 cạnh bằng nhau *là* →

r: hai tam giác bằng nhau.

Vậy : Hai tam giác vuông có hai cạnh góc vuông bằng nhau thì bằng nhau.

*Thí dụ 2.* Sử dụng cả 2 quy tắc trên

Bình đi chơi thì không học bài .

Bình không học bài thì bị điểm kém .

Mà Bình đi chơi; vậy Bình bị điểm kém.

Suy diễn có dạng:

|  |
| --- |
|  |
|  |
|  |
|  |

Suy diễn này có thể tách làm 2 phần:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | |
|  | (Tam đoạn luận) | |
|  |  | |
| và |  |
|  | (Modus Ponens) |
|  |  |

hoặc là

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |
|  | (Modus Ponens) |
|  |  |

và

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |
|  | (Modus Ponens) |
|  |  |

**Quy tắc Modus Tollens (Suy diễn phủ định)**

Quy tắc này thể hiện bởi hằng đúng sau:



Hoặc bởi mô hình:

|  |
| --- |
|  |
|  |
|  |

*Diễn giải:*  ***Giả thiết :*** *Nếu có p thì kéo theo có q, mà không có q*

***Kết luận:*** *Vậy ắt là không có p*

*Thí dụ.* Nếu trời mua (p) thì sân ướt (q) , mà sân không ướt ()vậy thì chắc chắn trời không mưa. Xét chứng minh sau:

|  |
| --- |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |

Nếu thay ,  thì sẽ có:

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |
|  | (Tam đoạn luận lặp nhiều lần) |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |

**Quy tắc mâu thuẫn (Phương pháp phản chứng)**

Ta xét các mệnh đề:

*Thuận: p → q Đảo: q → p*

*Nghịch: ͞p → ͞q Đảo nghịch: ͞q → ͞p*

Hai mệnh đề Thuận và Đảo nghịch là tương đương. Phép phản chứng là sự thay thế mệnh đề Thuận (nhiều trường hợp *rất khó* chứng minh bởi mệnh đề Đảo nghịch.

*Thí dụ 1:*  Nếu *trời đã mưa* thì *đường ướt ⬄* Mà *đường không ướt* vậy thì *trời đã* *không mưa*

*Thí dụ 2:* Chứng minh rằng tập rộng φ là tập con của mọi tập A

Phải CM: Ɐ x ϵ φ → x ϵ A ; Không thể CM được vì φ không chứa phần tử nào cả. Thay thế bằng mệnh đề Đảo nghịch:

Ɐ x ͞ϵ A → x ͞ϵ φ : luôn đúng.

Quy tắc này được thể hiện bởi tương đương logic sau:



Do đó nếu chứng minh được vế phải là một hằng đúng thì vế trái cũng là một hằng đúng. Nói cách khác nếu thêm giả thiết  vào các tiền đề cho trước mà dẫn đến mâu thuẫn thì q là hệ quả của các tiền đề cho trước.

*Thí dụ.* Hãy sử dụng phương pháp phản chứng cho chứng minh sau:

|  |
| --- |
|  |
|  |
|  |
|  |

Phủ định của kết luận là .

Vậy nếu ta thêm vào các tiền đề đã có, hai giả thiết phụ  và  và tìm cách chứng minh suy diễn sau đây là đúng.

|  |
| --- |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |

Ta cụ thể hóa các bước như sau:

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |
|  | (Tam đoạn luận) |
|  |  |
|  | (Phương pháp phủ định) |
|  |  |
|  | (Phương pháp khẳng định) |
|  |  |
|  |  |
| 0 | (Vì ) |

Vậy chứng minh ban đầu là đúng.

**Quy tắc phân rã theo trường hợp**

Quy tắc này được thể hiện bởi hằng đúng sau:



Ý nghĩa của quy tắc này là nếu có thể tách giả thiết thành 2 phần là p đúng hoặc q đúng, và ta đã chứng minh được một cách riêng rẽ cho từng trường hợp rằng kết luận r là đúng thì khi ấy r cũng đúng cho cả hai trường hợp.

*Thí dụ.* Để chứng minh rằng  (n nguyên dương) luôn chia hết cho 3; ta xét 2 trường hợp:

1) n chia hết cho 3, ta có  cũng chia hết cho 3.

2) n không chia hết cho 3, khi đó có thể viết  (k là nguyên dương) do đó  chia hết cho 3.

Vậy  chia hết cho 3.

Như vậy trong mọi trường hợp  luôn chia hết cho 3.

## BÀI TẬP CHƯƠNG 9

**9.1.**  Hãy chỉ rõ trong các khẳng định dưới đây, khẳng định nào là mệnh đề:

a)  là một số nguyên dương.

b) 9 là số nguyên tố.

c) Hôm nay bạn làm gì?

d) Hãy học logic toán đi !

e) Nguyễn Huệ là một vị tướng tài.

f) Nếu bạn đến trễ thì tôi đi dự đám cưới trước.

**9.2.**  Gọi A và B là các mệnh đề:

A: Nam giỏi toán; B: Nam yếu Tin học.

Hãy biểu diễn các mệnh đề dưới đây bằng các phép toán giữa các mệnh đề A và B.

a) Nam giỏi toán nhưng yếu tin học.

b) Nam yếu cả toán và tin học.

c) Nam giỏi toán hay Nam vừa giỏi tin học vừa yếu toán

d) Nếu Nam giỏi toán thì Nam giỏi tin học.

e) Nam giỏi toán và tin học hay Nam yếu toán nhưng giỏi tin học.

**9.3.**  Tìm phủ định của các mệnh đề sau đây:

a) Nếu trời mưa hoặc trời lạnh thì tôi không ra khỏi nhà.

b) 15 chia hết cho 3 nhưng không chia hết cho 4.

c) Tứ giác ABCD không phải là hình chữ nhật mà cũng không phải là hình thoi.

d) Nếu Nam thi trượt môn toán rời rạc thì không được lên lớp.

e) Mọi tam giác đều có các góc bằng .

**9.4.**  Tìm giá trị của các mệnh đề sau:

a)  và tổng các góc của một tam giác bằng .

b) Nếu  thì tổng các góc của một tam giác bằng .

c) Nếu  thì tổng các góc của một tam giác bằng .

d) Nếu  thì nước sôi ở .

e) Nếu  thì 

f) Nếu  thì mọi số nguyên đều bằng nhau.

**9.5.**  Cho mệnh đề ; mệnh đề đảo của A là ; mệnh đề phản đảo của A là . Hãy tìm mệnh đề đảo và phản đảo của  trong các trường hợp dưới đây:

a) X: Hôm nay trời nắng Y: Chúng tôi đi tắm biển

b) X: Hôm nay trời mưa Y: Chúng tôi ở nhà

c) X: Hôm nay là chủ nhật Y: Chúng tôi đi tham quan

**9.6.**  Cho các mệnh đề

P: ABC là tam giác cân.

Q: ABC là tam giác đều.

R: Tam giác ABC có ba góc bằng nhau.

Hãy viết lại các mệnh đề dưới đây bằng ngôn ngữ thông thường.

a)  b) 

c)  d) 

**9.7.**  Lập bảng giá trị cho các mệnh đề sau:

a) 

b) 

c) 

d) 

e) 

f) 

g) 

h) 

**9.8.**  Hãy chỉ ra các hằng đúng trong các dạng mệnh đề sau:

a) 

b) 

c) 

d) 

e) 

f) 

**9.9.**  Bằng cách lập bảng giá trị, chứng minh các đẳng thức sau:

a) 

b) 

c) 

d) 

e) 

**9.10.** Có thể kết luận gì về một dạng mệnh đề mà:

a) Có hệ quả logic là một mâu thuẫn?

b) Có hệ quả logic là một hằng đúng?

c) Là hệ quả logic của một mâu thuẫn?

d) Là hệ quả logic của một hằng đúng?

**9.11.**  Dùng các quy tắc thay thế logic để kiểm tra các mệnh đề sau là đúng:

a) 

b) 

**9.12.**  Cho biết quy luật logic nào đã được áp dụng trong mỗi bước biến đổi tương đương sau:

*Biểu thức*

a) 







b) 



















**9.13.**  a) Dùng quy tắc suy diễn để suy ra khẳng định sau đây là đúng



b) Cho 



Hỏi khẳng định  đúng hay sai?

**9.14.**  Xét suy diễn 

Cho biết các bước suy diễn sau đã sử dụng quy tắc nào.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Bước** |  | **Quy tắc suy diễn** |
| p |  |  |
|  |  |  |
|  |  |  |
| hay |  |  |
| mà |  |  |
|  |  |  |
| mà |  |  |
| hay |  |  |
|  |  |  |
|  |  |  |

**9.15**  Xét suy diễn sau 

Giải thích các bước suy diễn sau:

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| **Bước** | | |  | **Quy tắc suy diễn** |
| Giả sử | | |  |  |
| hay | | |  |  |
| hay | | |  |  |
|  | |  |  |  |
| và | | |  |  |
| mà | | |  |  |
| hay | | |  |  |
|  | |  |  |  |
| mặt khác | | |  |  |
| và | | |  |  |
|  | |  |  |  |
| Do đó | | |  |  |
| hay | | |  |  |
| mà | | |  |  |
|  |  | |  |  |

**9.16** Hãy kiểm tra các suy luận sau

a)

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | Ta có |  | |
|  |  |  | |
|  |  |  |  |
|  |  | và | |
|  |  | hay | |

Vậy suy luận là đúng.

b)

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | Ta có |  | |
|  |  | r | |
|  |  |  |  |
|  |  |  | |
|  |  |  | |

Vậy suy luận là đúng.

c)

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Ta có | |  | |
|  |  | p | |
| p |  |  |  |
|  |  | q | |
|  |  |  | |

Vậy suy luận là đúng.

d)

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Ta có | |  | |
|  |  |  | |
|  |  |  |  |
|  |  |  | |
|  |  |  | |

Vậy suy luận là đúng.

e)

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Ta có | |  | |
|  |  |  | |
|  |  |  |  |
|  |  | p | |
|  |  |  | |
|  |  |  | |
|  |  |  | |
|  |  |  | |
|  |  |  | |
|  |  |  | |

Vậy suy luận là đúng.

f)

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Ta có | |  | |
|  |  |  | |
|  |  |  |  |
|  |  |  | |

Vậy suy luận là đúng.

**9.17.** Hãy kiểm tra lại các suy luận sau

a) 

b) 

**9.18.** Cho các vị từ  chẵn

trong đó x là biến nguyên. Tìm giá trị của các mệnh đề sau:

a)  b)  c) 

d)  e)  f) 

**9.19.** Với các vị từ và  như bài 9.18. Xét thêm vị từ . Tìm giá trị của các mệnh đề sau:

a) 

b) 

c) 

d) 

e) 

f) 

**9.20.** Với các vị từ  như bài 7.19.

a) Tìm tất cả x để cho  đúng

b) Tìm giá trị nhỏ nhất của x để cho  đúng.

**9.21.** Xét các vị từ



trong đó x, y là các biến thực. Tìm giá trị của các mệnh đề

a) 

b) 

c) 

d) 

e) 

f) 

**9.22.** Cho vị từ theo 2 biến nguyên dương

 " x là ước của y ".

Xác định giá trị của các mệnh đề sau:

a) 

b) 

c) 

d) 

e) 

f) 

g) 